

SERIE D'EXERCICES

EXERCICE 1

A) Soit (V_n) une suite numérique tels que $V_{n+1} = \frac{V_n+3}{2}$ et $V_0 = 1$.

1. Calculer V_1 et V_2

2. La suite (U_n) est-elle arithmétique ? justifier. La suite (U_n) est-elle géométrique ? justifier.

B) 1. On considère la suite arithmétique de premier terme $U_1=4$ et de raison $r=3$. Calculer U_{10} et U_{30} .

2. On considère la suite géométrique de premier terme $U_0=4$ et de raison $q=3$. Calculer U_3 et U_5 .

3. On considère une suite arithmétique telle que $U_3=7$ et $U_7=19$. Calculer U_0 et la raison r puis la somme

$$S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n \text{ et } S = U_{10} + U_{11} + U_{12} + \dots + U_{30}.$$

C) Calculer $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 200$.

EXERCICE 2

Soient $\begin{cases} V_0 = 1 \\ V_{n+1} = U_n + 3 \end{cases}$ et $U_n = V_n - 10$

1- Calculer U_0 et U_1 .

2- Démontrer que la Suite U_n est arithmétique en précisant la raison et le premier terme.

3- Exprimer U_n en fonction de n . En déduire V_n en fonction de n .

Calculer la somme S des n premiers termes de la suite (U_n) .

EXERCICE 3

Pour soutenir les enfants de la rue de la région de Tambacounda, les élèves de terminales L de cette région décident de réunir une somme d'argent qui est égal à 2 040 000 F.

Le premier mois qui est coïncidé au mois de janvier, ils versent 140 000 F et pour chacun des mois suivants ils versent 80 000 F de plus que le précédent.

Soit U_n le versement du $n^{ième}$ mois alors U_1 est la somme d'argent versée au premier mois.

1. Calculer U_2 et U_3

2. Montrer que la suite (U_n) est définie par $\begin{cases} U_1 = 140000 \\ U_{n+1} = U_n + 80000 \end{cases}$

3. Montrer que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

4. a. Exprimer U_n en fonction de n .

b. En déduire la somme d'argent versée au cinquième mois.

5. a. Calculer S_n , la somme des n premiers termes en fonction de n .

b. En déduire la somme d'argent total obtenue au cinquième mois.

c. Déterminer le mois où la somme d'argent sera complète.

EXERCICE 4

(Bac 2020)

Une commune rurale contacte une entreprise pour creuser un puits de 15 mètres de profondeur dans sa circonscription.

L'entreprise propose les tarifs suivants :

Le premier mètre creuser coûte 30 000 FCFA, le suivant 34 000 FCFA et ainsi de suite en augmentant de 4 000 FCFA, le prix de chaque nouveau mètre creusé.

On appelle n le nombre de mètre creusé et U_n le prix du $n^{ième}$ mètre creusé.

1. Calculer U_3 et U_4 .

2. a. Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n . En déduire la nature de la suite (U_n) pour $n \geq 1$.

b. Exprimer U_n en fonction de n , puis calculer U_{15} .

3. On note C le coût total du puits.

a. Montrer $C = 15\left(\frac{U_3 + U_{15}}{2}\right)$.

b. Calculer alors le coût total C .

EXERCICE 5 (Bac 2013)

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :
$$\begin{cases} U_0 = 8 \\ U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + 1 \end{cases}$$

1. Calculer U_1 et U_2 .

2. Soit la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $V_n = U_n - \frac{4}{3}$

Montrer que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

3. Exprimer V_n en fonction de n puis U_n en fonction de n .

4. Calculer S_n la somme des n premiers termes de la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ en fonction de n . En déduire la somme S_n' des n premiers termes de la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

EXERCICE 6 (Bac 2022)

Dans un pays, lors de la 1ère vague de la pandémie de Covid-19, 400 cas positifs ont été décomptés durant le 1er mois. Chaque mois, le nombre de cas augmente de 5%.

On note U_n le nombre de cas positifs décomptés durant le n ème mois de la pandémie.

1. Déterminer U_1 , U_2 et U_3 .

2. Montrer que $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est une suite géométrique en précisant sa raison et son 1er terme.

3. a. Exprimer U_n en fonction de n .

b. Estimer le nombre de cas positifs décomptés durant le 7ème mois.

c. Estimer le nombre total de cas positifs décomptés dans ce pays, durant les 7 premiers mois de la pandémie

EXERCICE 7 (Bac 2021)

Une banque propose, pour un placement d'un montant de 10 000 F CFA fait le premier janvier 2020, un taux d'intérêt annuel de 4% auquel s'ajoute une prime fixe de 500 F CFA versée à la fin de chaque année.

On appelle C_0 le capital initial et C_n celui obtenu le premier janvier 2020 + n (c'est-à-dire le capital obtenu n année plus tard).

1. Calculer C_1 et C_2 .

2. Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n .

3. On pose, pour tout entier naturel n : $U_n = C_n + 12500$.

a. Calculer U_0 et U_1 .

b. Montrer que $U_{n+1} = (1,04)U_n$. En déduire la nature de la suite (U_n) .

c. Exprimer U_n en fonction de n , puis C_n en fonction de n .

EXERCICE 8 (Bac 2011)

Le salaire annuel d'un employé est $S_0 = 90\,000$ F en 2010. Chaque année son salaire augmente de 5%, par ailleurs son employeur lui alloue une prime constante de 1000F.

Soit S_n son salaire annuel en $(2010 + n)$. 1. Calculer le salaire de cet employé en 2011 et 2012.

2. Montrer que pour tout entier naturel $n \geq 0$, $S_{n+1} = 1,05 S_n + 1000$.

3. Soit la suite (U_n) définie par : $U_n = S_n + 20\,000$.

a. Calculer U_0 et U_1 .

b. Montrer que (U_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et dont on précisera le premier terme.

4. Exprimer U_n puis S_n en fonction de n .

5. Déterminer le salaire de cet employé en 2019.

6. En quelle année, le salaire de cet employé sera-t-il doublé ?

Courage pour toujours

